

Correction

1. $s(1) = 1, s(2) = 8, s(3) = 27$ et $s(4) = 64$.

2. On peut procéder par récurrence.

3.a $I(k) = 2k - 1$ (et non $2k + 1$).

3.b
$$S(N) = \sum_{k=1}^N (2k - 1) = 2 \sum_{k=1}^N k - N = N(N + 1) - N = N^2.$$

3.c
$$T(n) = \sum_{i=1}^n s(i) = \sum_{k=1}^N I(k) = S(N)$$
 avec N égal aux nombres de nombres impairs successifs écrits i.e.

$N = 1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ car $s(1)$ est écrit avec 1 nombre, $s(2)$ avec 2 nombres, ..., $s(n)$ avec n

nombres. Finalement $T(n) = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$.

3.d
$$s(n) = T(n) - T(n-1) = \frac{n^2}{4}((n+1)^2 - (n-1)^2) = n^3.$$

4.
$$\sum_{i=1}^n i^3 = \sum_{i=1}^n s(i) = T(n) = \frac{n^2(n+1)^2}{4}.$$