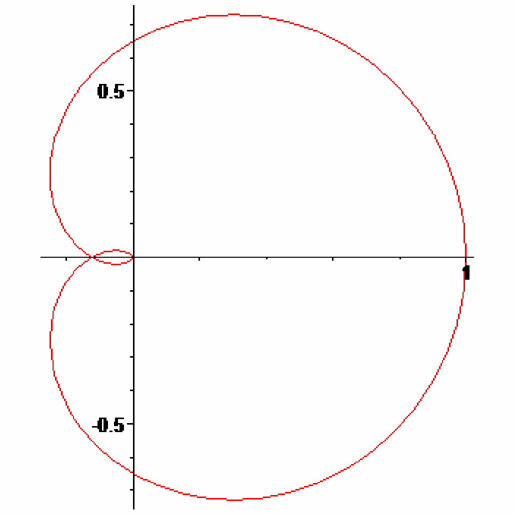
Correction

1.a $\overrightarrow{OM(\theta+3\pi)} = \rho(\theta+3\pi)\vec{u}_{\theta+3\pi} = \rho(\theta)\vec{u}_\theta = \overrightarrow{OM(\theta)}$ donc $M(\theta+3\pi) = M(\theta)$.

1.b $\overrightarrow{OM(-\theta)} = \rho(-\theta)\vec{u}_{-\theta} = \rho(\theta)\vec{u}_{-\theta}$ et $\overrightarrow{OM(\theta)} = \rho(\theta)\vec{u}_\theta$ donc
$M(-\theta)$ est le symétrique de $M(\theta)$ par rapport à l'axe (Ox).

1.c $\theta \mapsto \rho(\theta)$ est $\mathcal{C}^\infty$ et $\rho'(\theta) = -\sin\dfrac{\theta}{3}\cos^2\dfrac{\theta}{3}$.
ρ est décroît de 1 à 0 sur $[0,3\pi/2]$.

1.d ρ s'annule en changeant de signe en $3\pi/2$.
La tangente à la courbe en ce point à pour équation polaire $\theta = 3\pi/2$. L'allure correspondante est



2.a Déterminons $V(\theta) = (\vec{u}_\theta, \dfrac{\overrightarrow{dM}}{d\theta})\ [2\pi]$.

Comme $\dfrac{\overrightarrow{dM}}{d\theta} = \rho'(\theta)\vec{u}_\theta + \rho(\theta)\vec{v}_\theta$ avec $\rho(\theta) > 0$ on peut prendre

$V(\theta) \in]0,\pi[$ avec $\cot V(\theta) = \dfrac{\rho'(\theta)}{\rho(\theta)} = -\dfrac{\sin\theta/3}{\cos\theta/3} = \cot(\theta/3 + \pi/2)$

Ainsi $V(\theta) = \theta/3 + \pi/2$ convient puis $\alpha(\theta) = \theta + V(\theta) = \dfrac{4\theta}{3} + \dfrac{\pi}{2}$ convient.

2.b $\lambda = \dfrac{d\alpha}{ds} = \dfrac{d\alpha}{d\theta}\dfrac{d\theta}{ds} = \dfrac{4}{3\cos^2\theta/3}$.

3.b $L = \displaystyle\int_0^{3\pi} \frac{ds}{d\theta}\,d\theta = \int_0^{3\pi} \cos^2(\theta/3)\,d\theta = 3\int_0^{\pi} \cos^2 t\,dt = 3\pi/2$.